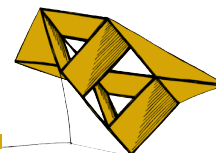




STUDENTSKÁ  
VĚDECKÁ KONFERENCE 2016



# Multi-kompartmentový model perfúze jater a identifikace jeho parametrů

Jaroslava Brašnová<sup>1</sup>, Eduard Rohan<sup>2</sup>, Vladimír Lukeš<sup>3</sup>

## 1 Úvod

Tato práce z oblasti biomechaniky se zabývá modelováním perfúze jaterní tkáně (jaterního parenchymu) a současně i identifikací materiálových parametrů. Modely jaterní perfúze mají své potenciální uplatnění v lékařství, zejména v chirurgii. Cílem je usnadnit lékařům predikci chování jater a na základě vstupních dat (například CT snímků) získat představu o proudění krve. Žádaná je například simulace změny perfúze v závislosti na změně struktury či objemu jaterní tkáně v důsledku onemocnění (cirhóza, nádorová onemocnění), či jejich následné léčby (resekce).

## 2 Multi-kompartmentový 3D model perfúze

Pro komplexní popis proudění krve v játrech se použijí dva navzájem propojené modely, viz Rohan et al. (2012). Tyto modely jsou propojeny skrze zřídla a propady. Nejvyšší úroveň (hierarchie), kterou představuje žilní strom, je popsána 1D modelem založeným na Bernoulliho rovnici respektující tlakové ztráty. Perfúze v jaterním parenchymu, který je uvažován jako porézní médium nasycené nestlačitelnou tekutinou, je popsána 3D multi-kompartmentovým modelem, podobně jako v Michler et al. (2013). Tento model je založen na rovnici kontinuity a Darcyho zákoně, který definuje rychlost průtoku tekutiny pevným porézním prostředím. V 3D modelu je také zahrnuta možnost výměny tekutiny mezi jednotlivými kompartmenty. Tyto mezikompartmentové toky jsou dány rozdílem tlaků v jednotlivých kompartmentech.

Kompartment o indexu  $i$  je ve 3D tvořen kontinuem zaujímajícím oblast  $\Omega_i$ , jehož vlastnosti jsou dány permeabilitou  $K^i [m^2 \cdot (Pa \cdot s)^{-1}]$  a perfúzními parametry mezi kompartmenty  $i$  a  $j$   $G_j^i [(Pa \cdot s)^{-1}]$ . Stavová úloha 3D modelu perfúze je pro numerické řešení v FEM softwaru *SfePy* (*Simple Finite Elements in Python*) definována pomocí slabé formulace

$$\int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} K^i \nabla p^i \cdot \nabla q^i + \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} \sum_j G_j^i (p^i - p^j) q^i = \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} f^i q^i, \quad \forall q^i \in Q^i, \quad (1)$$

kde  $i, j = 1, 2, \dots, \bar{i}$  jsou indexy kompartmentů,  $p^i$  ( $p^j$ ) je tlak v  $i$ -tém ( $j$ -tém) kompartmentu,  $f^i$  je externí vtok do  $i$ -tého kompartmentu reprezentovaný zřídly a propady, a  $q^i$  jsou testovací funkce.

<sup>1</sup> studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: jbrasnov@students.zcu.cz

<sup>2</sup> Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: rohan@kme.zcu.cz

<sup>3</sup> Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: vlukes@kme.zcu.cz

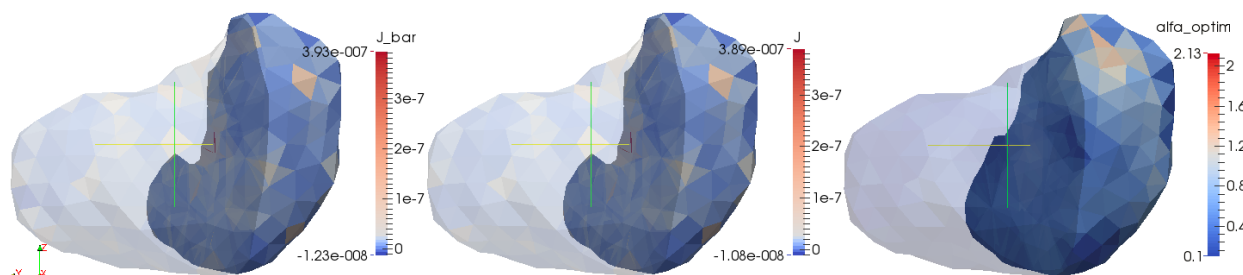
### 3 Identifikace parametrů

Úloha identifikace perfúzních parametrů  $G_j^i$  je formulována jako optimalizační úloha, kde jsou hledány optimalizační parametry  $\alpha$  konstantní na elementech, kdy  $G_j^i = konst \cdot \alpha$ . Identifikace je realizována taktéž pomocí programu *SfePy*. Jsou zavedeny funkce toků  $J$  popisující proudění v systému a účelová funkce  $\Phi$ . Cílem identifikace je nalezení globálního minima účelové funkce

$$\Phi(\alpha, p) = \sum_i \int_{\Omega_i} \sum_{j>i} \left| \underbrace{G_j^i(\alpha_k)}_J (p^i - p^j) - \bar{J}^k \right|^2, \quad (2)$$

kde  $\bar{J}^k$  je "změřený" tok,  $k = k(i, j)$  je multiindex a tlaky  $p^i$  a  $p^j$  jsou získány ze stavové úlohy. Během optimalizace je prováděn výpočet adjungované úlohy a citlivostní analýzy, která je chápána jako výpočet citlivosti změny účelové funkce na změnu optimalizačních parametrů.

Pro minimalizaci funkce  $\Phi$  byla použita funkce *minimize* implementovaná v balíku *SciPy.optimize*. Jako řešení v rámci *minimize* byla zvolena metoda *Sequential Least Squares Programming (SLSQP)*. Dále bylo nutné definovat počáteční hodnoty a také omezení optimalizačních parametrů. Úloha identifikace byla provedena na několika různých geometriích a to převážně na geometrii jater s tetrahedrálními prvky a dvěma kompartmenty. Úloha optimalizace je z hlediska numeriky velice náročný problém. Z numerických výpočtů vyplynulo, že je velkou výhodou znát alespoň přibližně hodnoty optimalizačních parametrů. Výsledky byly zobrazeny pomocí programu *ParaView*, viz obrázek 1. Další práce na daném tématu bude zaměřena na změnu způsobu parametrizace perfúzních parametrů.



**Obrázek 1:** Výsledky optimalizace. Vlevo: "změřený" tok  $\bar{J}$ . Uprostřed: tok  $J$  po provedení optimalizace. Vpravo: hodnoty optimalizačních parametrů  $\alpha$  po provedení optimalizace.

### Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen grantovým projektem SGS-2016-059.

### Literatura

- Michler, CH., et al., 2013 A computationally efficient framework for the simulation of cardiac perfusion using a multi-compartment Darcy porous-media flow model. 29:217-232
- Rohan, E., Lukeš, V., Jonášová, A., Bublík, O., 2012. Towards microstructure based tissue perfusion reconstruction from CT using multiscale modeling. In: Computational mechanics 2012. Sao Paulo: Universidade de Sao Paulo. s. 1-18. ISBN 978-85-86686-70-2.
- Rohan, E., Lukeš, V., Brašnová, J., 2015. CT based identification problem for the multicompartiment model of blood perfusion. In: Computational Vision and Medical Image Processing V. London: CRC Press. s. 289-294. ISBN 978-1-138-02926-2.